PART3　2 次方程式の解の判別

例題

a を定数とする。2 次方程式 $4x^2+(a-1)x+1=0$ の解の種類を判別せよ。

Point Pickup

練習

a を定数とする。2 次方程式 $2x^2-2ax-a^2+3=0$ の解の種類を判別せよ。

第 3 講　PART3 確認問題

1　a を定数とする。2 次方程式 $3x^2-2ax-a^2+8=0$ の解の種類を判別せよ。

$a<-\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$, $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}<a$　のとき　$\boxed{\text{イ}}$

$a=\pm\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$　のとき　$\boxed{\text{エ}}$

$-\sqrt{\boxed{\text{オ}}}<a<\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$　のとき　$\boxed{\text{カ}}$

[$\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ の選択肢]

①　異なる 2 つの実数解

②　重解

③　異なる 2 つの虚数解

PART3　2 次方程式の解の判別

例題

a を定数とする。2 次方程式 $4x^2+(a-1)x+1=0$ の解の種類を判別せよ。

2 次方程式 $4x^2+(a-1)x+1=0$ の判別式を D とすると

$$D=(a-1)^2-4\cdot4\cdot1=a^2-2a-15=(a+3)(a-5)$$

よって，方程式の解は，

$D>0$　つまり　$a<-3$，$5<a$ のとき　異なる 2 つの実数解

$D=0$　つまり　$a=-3$，5 のとき　重解

$D<0$　つまり　$-3<a<5$ のとき　異なる 2 つの虚数解

練習

a を定数とする。2次方程式 $2x^2-2ax-a^2+3=0$ の解の種類を判別せよ。

2次方程式 $2x^2-2ax-a^2+3=0$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(-a)^2-2\cdot(-a^2+3)=3a^2-6=3(a^2-2)$$

よって，方程式の解は

$D>0$　つまり　$a^2-2>0$ より $a<-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}<a$ のとき　異なる2つの実数解

$D=0$　つまり　$a^2-2=0$ より $a=\pm\sqrt{2}$ のとき　重解

$D<0$　つまり　$a^2-2<0$ より $-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$ のとき　異なる2つの虚数解

第 3 講　PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：6，イ：①，ウ：6，エ：②，オ：6，
カ：③

[解説]

2 次方程式 $3x^2-2ax-a^2+8=0$ の判別式を D と

すると

$$\frac{D}{4}=(-a)^2-3\cdot\left(-a^2+8\right)=4a^2-24$$

$$=4\left(a^2-6\right)$$

よって，方程式の解は

$D>0$　つまり　$a^2-6>0$　より **[A]**

$\boldsymbol{a<-\sqrt{6}\ ,\ \sqrt{6}<a}$　のとき

異なる 2 つの実数解

$D=0$　つまり　$a^2-6=0$　より

$\boldsymbol{a=\pm\sqrt{6}}$　のとき　**重解**

$D<0$　つまり　$a^2-6<0$　より

$\boldsymbol{-\sqrt{6}<a<\sqrt{6}}$　のとき

異なる 2 つの虚数解

[A]　2 次方程式の解の種類の判別
2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解と判別式 $D=b^2-4ac$ について，次のことが成り立つ。
$D>0 \iff$ 異なる 2 つの実数解をもつ
$D=0 \iff$ 重解をもつ
$D<0 \iff$ 異なる 2 つの虚数解をもつ